引文格式:曹建峰,满海钧,王文彬,等.地月空间探测器星间链路定轨能力分析[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(4):637-646.DOI:10.13203/j.whugis20230007

Citation: CAO Jianfeng, MAN Haijun, WANG Wenbin, et al. Analysis of Orbit Determination Capability for Cislunar Space Probes Using ISL Data[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2025, 50(4):637-646.DOI:10.13203/j.whugis20230007

地月空间探测器星间链路定轨能力分析

曹建峰[1] 满海钧[1] 王文彬[2] 王俊魁[3] 刘山洪[1] 鞠 冰[1] 张 宇[1]

1 北京航天飞行控制中心航天飞行动力学技术重点实验室,北京,100094

2 中国科学院空间应用工程与技术中心,北京,100094

3 航天系统部,北京,100094

摘 要:针对地月空间星间链路的应用需求,建立了双向单程测量的观测模型,在广义相对论参考框架下实现了求和组合算法。以地月空间远距离逆行轨道(distant retrograde orbit, DRO)探索任务为背景,开展利用星间链路测量的多探测器联合定轨能力分析。结果表明,星间链路测量具备独立支持轨道计算的能力,在仅有DRO卫星与共振轨道卫星星间链路时,需要10 d以上弧段来获取优于百米的绝对轨道精度,近地轨道(low Earth orbit, LEO)卫星的加入使得观测弧段缩短至5 d;如果融合使用LEO卫星自定位数据,观测弧段可进一步缩短至1 d。分析还表明,星间链路测量系统差的解算是制约定轨收敛的重要因素,因此在预处理阶段有必要完成设备延迟、钟差、传播介质等引入的系统性误差的标校。

关键词:地月空间;星间链路;精密定轨

中图分类号:P228 **文献标识码**:A **收稿日期**:2023-01-05

DOI:10.13203/j.whugis20230007 **文章编号**:1671-8860(2025)04-0637-10

Analysis of Orbit Determination Capability for Cislunar Space Probes Using ISL Data

CAO Jianfeng[1] *MAN Haijun*[1] *WANG Wenbin*[2] *WANG Junkui*[3] *LIU Shanhong*[1]
JU Bing[1] *ZHANG Yu*[1]

1 Science and Technology on Aerospace Flight Dynamics Laboratory, Beijing Aerospace Control Center, Beijing 100094, China

2 Technology and Engineering Center for Space Utilization, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China

3 Space System Department, Beijing 100094, China

Abstract: **Objectives**: The study aims to analyze the orbit determination capability of spacecraft in cislunar space through the utilization of inter-satellite measurement data. The objective is to elucidate how these measurement data can enhance the precision of orbit determination. **Methods**: According to the application requirements of cislunar space inter satellite link, the observation model of dual-one-way measurement is established, and the algorithm for the sum combination is implemented in the realm of the general relativity. The cislunar distant retrograde orbit (DRO) exploration (CDROE) mission will utilize inter-satellites radiometric link among a low Earth orbit (LEO) satellite, a DRO satellite and a resonant orbit (RO) satellite. The joint orbit determination capability using inter satellite link measurement is analyzed. **Results**: The results show that more than 10 d of tracking data is needed to obtain an orbit better than 100 m using only inter satellite link (ISL) between DRO and RO, and additional ISL data with LEO can shorten the tracking arc to 5 d. If the positioning data of LEO can be utilized, only 1 d data is needed. **Conclusions**: The solution of systematic error is an important factor restricting the orbit determination convergence, so the calibration of systematic errors introduced by equipment delay, clock error, propagation medium, etc. is necessary.

基金项目:国家自然科学基金(11973015);中国科学院战略性先导科技专项(XDA30010300)。

第一作者:曹建峰,副研究员,主要从事航天器精密定轨及其科学应用研究。jfcao@foxmail.com

Key words: cislunar space; inter satellite link; precision orbit determination

地月空间覆盖地球空间、月球空间以及地月转移空间。随着资源开发利用能力的极大提升,人类不再满足于地球空间的探索,往返于地月的探测器日趋增多,载人登月也提上日程。大规模地月空间探索和开发将成为现实,推动人类进入地月文明新阶段[1]。当前,地月空间探测器的跟踪、测量仍然主要依赖传统的地基测量手段,以地基统一S/X波段(unified S/X-band, USB/UXB)测量为主,中国探月工程一期主要使用地基USB,关键弧段辅助以天文甚长基线测量[2-3],从嫦娥三号开始,测量频段提升至X频段[4-5]。

星间链路(inter satellite link, ISL)是指用于卫星之间通信的链路,可有效扩大测控通信的覆盖范围,降低地面测控资源的依赖。早在20世纪80年代,为应对战场环境下的生存能力,美国对GPS星座的链路进行全面的分析论证,提出了基于ISL的自主导航模式[6-7]。1997年发射的首颗第二代补充型卫星上搭载了超高频星间链路,实现双频双向测距和数据交换[8]。中国北斗三号试验卫星进行了ISL的模式测试,采用Ka反射面天线与Ka相控阵天线两种模式[9],在正式北斗三号卫星中,采用了Ka相控阵天线,通过时分多址体制与其他卫星循环建链完成双向测距,再通过历元归算后的双向观测解耦测量与钟差,获取无钟差观测量用于卫星轨道计算[10-11]。

中国科学院在2022年立项先导科技专项"地月空间远距离逆行轨道(distant retrograde orbit, DRO)探索研究",文献[12-13]针对地月空间航天器的自主导航与授时技术开展了ISL应用的预先研究,提出了基于DRO-近地轨道(low Earth orbit, LEO)编队的天基自主定位、导航与授时系统概念与方案。专项开展地月空间DRO探索研究,在地月空间构建三星实验型星座,探索DRO独特性质和应用价值,验证地月空间自主巡航能力[14-15]。项目采用双向单程(dual-one-way measurement, DOWM)的星间链路测量用于自主导航。早期利用ISL服务轨道计算的信号收发与传输都在地球空间,ISL测量的建模与应用在地心天球参考系下完成。DRO项目的星间链路应用于3星组网,分别位于LEO、DRO以及地月共振轨道(resonant orbit, RO)。DRO项目的ISL覆盖地月空间,地球导航系统中的ISL算法不再适用,且所涉及的各类型轨道特性差别大,DOWM对轨道的敏感特性不同。针对上述问题,本文对地月空间DOWM的建模算法进行研究,针对地月空间三星组网模式下的轨道计算能力进行数值分析,评估了不同建链条件下的轨道计算能力,为任务的实施提供支持。

1 DOWM建模算法

图1为DOWM模式跟踪示意图,其测量原理为:卫星A在t_A时刻向卫星B发射信号,卫星B在t'_B时刻接收到信号,单程距离测量为$\rho_{AB}(t'_B)$;卫星B在t_B时刻向卫星A发射信号,卫星A在t'_A时刻接收到信号,单程距离测量为$\rho_{BA}(t'_A)$,数据时标设置为接收时刻。t_A、t'_A表示A星的钟面时,t_B、t'_B表示B星的钟面时。

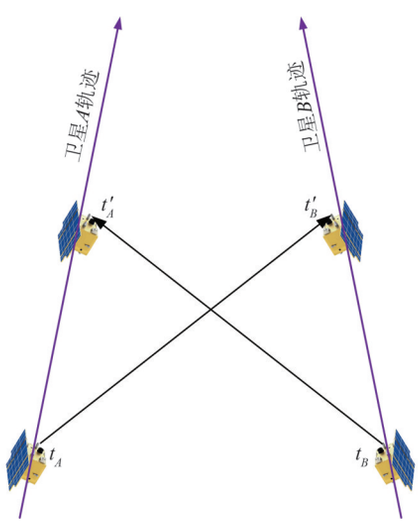


图1 双向单程测量模式

Fig. 1 Diagram of DOWM

单程距离测量可以表示为:

$$\rho_{AB}(t'_B)=(t'_B-t_A)c \tag{1}$$

$$\rho_{BA}(t'_A)=(t'_A-t_B)c \tag{2}$$

标记A星信号发射的真实时刻T_A(坐标时)、信号传输几何时延为T_A^B,考虑A星的设备发射延迟为D_A^S,B星的接收延迟为D_B^R,电离层传输延迟为T^{ion}。根据测量原理,B星接收信号的真实时刻T'_B(坐标时)为:

$$T'_B=T_A+D_A^S+T_A^B+D_B^R+T^{\text{ion}}+\varepsilon_{AB} \tag{3}$$

式中,ε_{AB}表示测量噪声。

考虑A星、B星的钟差分别为Δt_A、Δt_B,则钟面时满足:

$$\begin{cases} t_A=T_A+\Delta t_A-\left[T_A-\tau(T_A)\right] \\ t'_B=T'_B+\Delta t'_B-\left[T'_B-\tau(T'_B)\right] \end{cases} \tag{4}$$

式中,τ表示原时;$T-\tau(T)$表示坐标时与原时的差。相应地,将式(3)代入式(4)得到:

$$\begin{aligned}t_B'=&T_B'+\Delta t_B'-\left[T_B'-\tau(T_B')\right]=\\&t_A+T_A^B+\left(D_A^S+D_B^R\right)+\left(\Delta t_B'-\Delta t_A\right)-\\&\left\{\left[T_B'-\tau(T_B')\right]-\left[T_A-\tau(T_A)\right]\right\}+T^{\text{ion}}+\varepsilon_{AB}\end{aligned}\tag{5}$$

A星至B星的伪距测量为:

$$\begin{aligned}\rho_{AB}(t_B')=&(t_B'-t_A)c=\\&T_A^Bc+\left(D_A^S+D_B^R\right)c+\left(\Delta t_B'-\Delta t_A\right)c-\\&\left\{\left[T_B'-\tau(T_B')\right]-\left[T_A-\tau(T_A)\right]\right\}c+\\&T_{AB}^{\text{ion}}c+\varepsilon_{AB}c\end{aligned}\tag{6}$$

同理,B星至A星的伪距测量为:

$$\begin{aligned}\rho_{BA}(t_A')=&T_B^Ac+\left(D_B^S+D_A^R\right)c+\\&\left(\Delta t_A'-\Delta t_B\right)c-\left\{\left[T_A'-\tau(T_A')\right]-\right.\\&\left.\left[T_B-\tau(T_B)\right]\right\}c+T_{BA}^{\text{ion}}c+\varepsilon_{BA}c\end{aligned}\tag{7}$$

式中,信号传输几何时延为T_B^A;考虑B星的设备发射延迟为D_B^S;A星的接收延迟为D_A^R;ε_{BA}表示测量噪声。

采用类似北斗导航系统中的求和组合方式[10],考虑A星与B星钟面时相同时刻($t'=t_B'=t_A'$)的测量值相加,略去推导过程,求和组合可以表示为:

$$\begin{aligned}\rho_+(t')=&\rho_{AB}(T_B')+\rho_{BA}(T_A')=\\&\left(T_A^B+T_B^A\right)c+\left(D_A^S+D_A^R+D_B^S+D_B^R\right)c+\\&\left[\left(\Delta t_A'-\Delta t_A\right)+\left(\Delta t_B'-\Delta t_B\right)\right]c-\\&\left\{\left[T_B'-\tau(T_B')\right]-\left[T_A-\tau(T_A)\right]\right\}c-\\&\left\{\left[T_A'-\tau(T_A')\right]-\left[T_B-\tau(T_B)\right]\right\}c+\\&\left(T_{AB}^{\text{ion}}+T_{BA}^{\text{ion}}\right)c+\left(\varepsilon_{AB}+\varepsilon_{BA}\right)c\end{aligned}\tag{8}$$

对设备延迟、钟差、电离层延迟,以及噪声的项进行组合:

$$\begin{cases}\rho_D=\left(D_A^S+D_A^R+D_B^S+D_B^R\right)c\\\rho_c=\left[\left(\Delta t_A'-\Delta t_A\right)+\left(\Delta t_B'-\Delta t_B\right)\right]c\\\rho_{\text{ion}}=\left(T_{AB}^{\text{ion}}+T_{BA}^{\text{ion}}\right)c\\\varepsilon=\left(\varepsilon_{AB}+\varepsilon_{BA}\right)c\end{cases}$$

式中,ρ_D表示设备硬件延迟;ρ_c表示钟差影响;ρ_{ion}表示电离层延迟。则求和组合为:

$$\begin{aligned}\rho_+(t')=&\left(T_A^B+T_B^A\right)c+\rho_D+\rho_c+\rho_{\text{ion}}-\\&\left\{\left[T_B'-\tau(T_B')\right]-\left[T_B-\tau(T_B)\right]\right\}c-\\&\left\{\left[T_A'-\tau(T_A')\right]-\left[T_A-\tau(T_A)\right]\right\}c+\varepsilon\end{aligned}\tag{9}$$

因为坐标时与原时的转换关系满足[16]:

$$\Delta(t_{\text{TDB}}-\tau)=\int_{t_{\text{TCB},b}}^{t_{\text{TCB},e}}\left(\frac{1}{c^2}U+\frac{1}{2c^2}v^2-L_B\right)\mathrm{d}t\tag{10}$$

$\left(T_A^B+T_B^A\right)c$满足:

$$\left(T_A^B+T_B^A\right)c=\left(l_A^B+R_A^B\right)+\left(l_B^A+R_B^A\right)\tag{11}$$

式中,TDB表示质心动力学时;TCB表示质心坐标时;l表示几何传输距离,需要进行光行时迭代计算;R表示引力弯曲项[17]。

将式(10)与式(11)代入式(9)得:

$$\begin{aligned}\rho_+(t)=&\left(l_A^B+R_A^B\right)+\left(l_B^A+R_B^A\right)-\\&\left[\Delta(T-\tau)_B+\Delta(T-\tau)_A\right]c+\\&\rho_D+\rho_c+\rho_{\text{ion}}+\varepsilon\end{aligned}\tag{12}$$

根据式(10),保留c^{-1}量级,式(12)等号右边的第3项可以展开为:

$$\begin{cases}\Delta(T-\tau)_A=\left[T_A'-\tau(T_A')\right]_A-\\\quad\left[\left(T_B'-T_A^B\right)-\tau\left(T_B'-T_A^B\right)\right]_A=\\\quad\dfrac{1}{c^2}\left(\sum\limits_i\dfrac{\mu_i}{r_i^A(t)}+\dfrac{v_A(t)^2}{2}\right)\left(T_A'-T_A\right)\\t=\dfrac{1}{2}\left(T_A'+T_A\right)\end{cases}\tag{13}$$

$$\begin{cases}\Delta(T-\tau)_B=\left[T_B'-\tau(T_B')\right]_B-\\\quad\left[\left(T_A'-T_B^A\right)-\tau\left(T_A'-T_B^A\right)\right]_B=\\\quad\dfrac{1}{c^2}\left(\sum\limits_i\dfrac{\mu_i}{r_i^B(t)}+\dfrac{v_B(t)^2}{2}\right)\left(T_B'-T_B\right)\\t=\dfrac{1}{2}\left(T_B'+T_B\right)\end{cases}\tag{14}$$

式中,$r_i^A(t)$、$r_i^B(t)$分别表示t时刻A星、B星相对于扰动天体的距离;μ_i表示天体引力常数;下标i表示太阳、大行星及月球;$v_A(t)$、$v_B(t)$分别表示A星、B星质心天球参考系速度的绝对值。

图2给出了式(13)与式(14)对观测建模的影响,DRO、RO与LEO的轨道信息见表1。太阳引力是最主要的影响源,对3条链路的影响非常一致,所以在图2中重叠在一起。

根据式(12),DOWM对航天器位置矢量$\boldsymbol{r}_A$、$\boldsymbol{r}_B$的观测偏导数可以表示:

$$\frac{\partial\rho_+(t')}{\partial\left(\boldsymbol{r}_A(T_A')\right)}=\frac{\partial l_B^A}{\partial\left(\boldsymbol{r}_A(T_A')\right)}\tag{15}$$

$$\frac{\partial\rho_+(t')}{\partial\left(\boldsymbol{r}_A(T_A)\right)}=\frac{\partial l_A^B}{\partial\left(\boldsymbol{r}_A(T_A)\right)}\tag{16}$$

$$\frac{\partial\rho_+(t')}{\partial\left(\boldsymbol{r}_B(T_B)\right)}=\frac{\partial l_B^A}{\partial\left(\boldsymbol{r}_B(T_B)\right)}\tag{17}$$

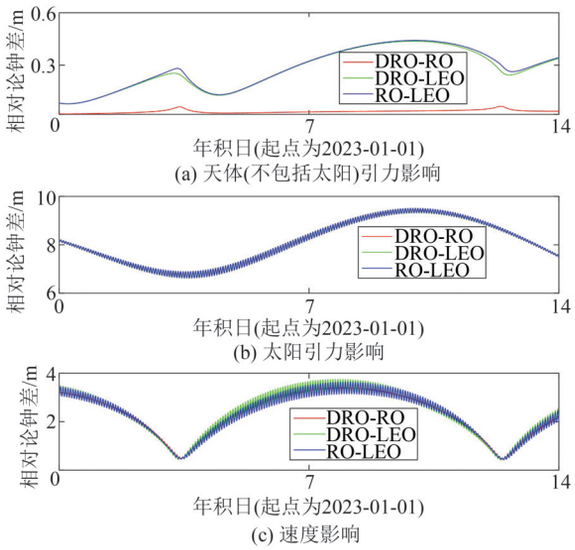


图2 相对论钟差引起的距离变化

Fig. 2 Change of Distance Caused by Relativistic Time

$$\frac{\partial\rho_+(t')}{\partial\left(\boldsymbol{r}_B(T_B')\right)}=\frac{\partial l_A^B}{\partial\left(\boldsymbol{r}_B(T_B')\right)} \tag{18}$$

观测量对每颗卫星的观测偏导数都涉及2个历元时刻,算法实现中需要分别独立计算。式(9)求和组合要求A星与B星接收信号时刻相同。实际数据处理中,因为钟差影响,即使钟面时$t_A'=t_B'$,实际时间$T_A'\neq T_B'$,标识相对钟差$\delta T=T_B'-T_A'$,则δT对求和组合的影响为:

$$\delta\rho_+=\delta T\dot{\rho}_A^B \tag{19}$$

式中,$\dot{\rho}_A^B$表示A星与B星的相对距离变化率。考虑地月空间内,A星与B星不超过20 km/s的相对速度,若$\delta T<5\times10^{-6}$s,则相对钟差对测量引入的误差小于0.1 m。在实际数据处理中,如果相对钟差过大(如$\delta T<5\times10^{-6}$s),可先对其中一颗星进行相对钟差补偿,确保接收时间一致。

表1 DRO、RO、LEO初始轨道信息

Table 1 Initial Orbit of DRO, RO and LEO

卫星	位置			速度		
	x分量/m	y分量/m	z分量/m	x分量/(cm·s^{-1})	y分量/(cm·s^{-1})	z分量/(cm·s^{-1})
A星(DRO)轨道	54 774 715.063	−57 499 600.384	−38 544 404.570	−82.605	−80.770	−82.290
B星(RO)轨道	275 279 946.224	131 664 701.780	48 291 128.513	−6.529	−584.687	−300.493
L星(LEO)轨道	−1 258 379.133	7 066 974.315	2 602.489	1 114.377	195.718	7 365.435

2 联合定轨软件实现

航天飞行动力学技术重点实验室自主开发的太阳系多星精密定轨及数据分析软件(multi-satellite precision orbit determination and data analysis software in solar system, MODAS),着眼于太阳系大天体和小天体航天器的定轨计算需求,在软件框架上实现了不同天体环绕型探测器定轨处理的统一设计,具备多天体、多探测器联合定轨能力[18];针对星间链路的联合定轨应用需求,对MODAS进行了功能扩展,扩充了地月空间星间链路处理的功能。

与单星轨道计算相比,联合定轨软件需要解决的问题是求解参数的组织管理。基于星间链路的定轨解算参数包括卫星的位置、速度参数$(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v})$,卫星受力的动力学参数$\boldsymbol{p}=(C_d,C_r,\cdots)$,与测量相关的系统误差参数等。进程初始化部分,MODAS首先解析配置文件,根据配置文件中动力学参数解算信息确定每颗卫星涉及的动力学解算参数;然后读取并整理参与定轨计算的观测数据,根据运动学参数解算配置确定待解算的运动学参数。进程迭代改进部分,MODAS采用了批处理模式,首先逐个卫星进行星历、状态转移矩阵以及动力学参数偏导数的积分;然后对观测数据逐个处理,加权构建法方程,待所有数据处理完毕,解算法方程得到解算参数的改进量,完成一次迭代改进。若迭代改进量小于给定阈值则认为定轨收敛,迭代终止;否则,进入下一次迭代。

3 星间链路定轨仿真分析

3.1 仿真场景

表1列出了针对DRO任务构建的LEO卫星、DRO卫星与RO卫星的天球参考系初始轨道,对应的轨道历元为2023-01-01T00:00:00.000(UTC)。图3为利用初始轨道获取的3颗卫星的空间轨道构型,卫星初始轨道采用地心天球参考系,运动均相对于地心。

星间建链需要考虑卫星的指向,星载天线的指向相对卫星固定,因此3星之间通常不具备同时建链的条件。仿真设计LEO卫星、DRO卫星、

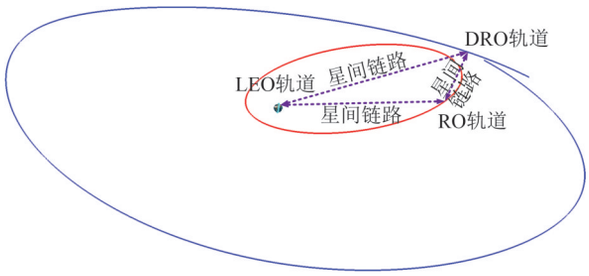


图 3　LEO 卫星、DRO 卫星与 RO 卫星的惯性空间轨道构型

Fig. 3　Orbit Configuration of LEO Satellite, DRO Satellite and RO Satellite in Inertial Space

RO 卫星之间每 2 h 交替建链,即 LEO-DRO、DRO-RO、RO-LEO 循环建链,每次建链时间 2 h。若遭遇地球或是月球的遮挡,则认为建链中断,待星星之间满足可视条件再恢复建链。表 2 为仿真条件设置。图 4 为 LEO 轨道与 DRO 轨道、RO 轨道星间的距离变化关系,其中 DRO 轨道与 RO 轨道距离变化幅度为(10～70)×10^4 km;DRO 轨道与 LEO 轨道的星间距离在 40×10^4 km 附近振荡,振幅小于 10×10^4 km;LEO 轨道与 RO 轨道的星间距离在(5～32)×10^4 km 之间变化。图 5 为 2 d 内各轨道之间的星间距离变化关系,与 LEO 卫星建链的两组星间距离呈周期项变化,周期为 LEO 卫星轨道周期,而 DRO 轨道与 RO 轨道则无短周期变化。

表 2　仿真与定轨条件设置

Table 2　Strategy for Orbit Simulation and Orbit Determination

模型项		仿真设置	定轨设置
LEO 卫星动力学模型	质点引力	太阳＋大行星	太阳＋大行星
	非球形	GGM03c: 40×40	GGM03c: 40×40
	大气阻尼力	固定面质比	解算大气阻尼系数
	太阳光压辐射力	球模型,光压系数设为 1.4	球模型,解算光压系数
	后牛顿效应力	考虑	考虑
DRO 卫星动力学模型	质点引力	太阳＋大行星	太阳＋大行星
	月球非球形	GRAIL: 5×5	GRAIL: 5×5
	太阳光压辐射力	球模型,光压系数设为 1.4	球模型,解算光压系数
	后牛顿效应力	考虑	考虑
RO 卫星动力学模型	质点引力	太阳＋大行星	太阳＋大行星
	太阳光压辐射力	球模型,光压系数设为 1.4	球模型,解算光压系数
	后牛顿效应力	考虑	考虑
测量误差	自定位数据	随机误差: 5 m 系统误差: 0 m	权重: 0.04
	DOWM 数据	随机误差: 1 m 系统误差: 5 m	解算系统误差 权重: 1
	钟差	10 ns	随系统误差一并解算
	设备延迟	10 ns	随系统误差一并解算

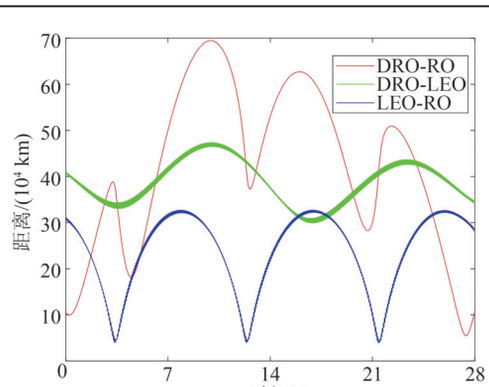


图 4　4 周内 DRO、RO 与 LEO 星间距离变化关系

Fig. 4　Distance Variation Among DRO, RO and LEO Within 4 Weeks

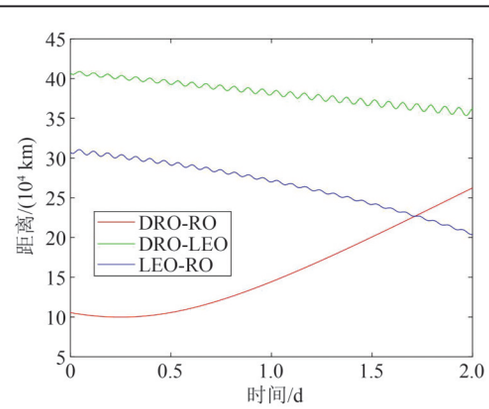


图 5　2 d 内 DRO、RO 与 LEO 的星间距离变化关系

Fig. 5　Distance Variation Among DRO, RO and LEO Within 2 d

根据仿真设置条件,定轨计算考虑两种条件设置:(1)定轨计算考虑重力场误差,解算光压系数,对于LEO卫星同时解算大气阻尼系数;(2)在条件(1)的基础上,考虑求和组合标校后仍存在残余的钟差、设备延迟误差等,定轨计算解算DOWM求和组合的系统差,每个跟踪弧段解算1组常值系统偏差。测量系统差作为待估参数在定轨计算中进行解算,因此系统偏差的绝对值大小并不会影响定轨结果与精度分析。

3.2 协方差分析

采用协方差分析理论完成DOWM定轨精度的分析,DOWM与卫星位置、速度以及动力学参数的偏导数关系可以描述为:

$$Y_i = G(t_i, \boldsymbol{X}) + b + \varepsilon_i \tag{20}$$

式中,Y_i表示第i组DOWM测量值;G为观测模型;$\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{X}_1\ \boldsymbol{p}_1\ \boldsymbol{X}_2\ \boldsymbol{p}_2]$,$\boldsymbol{X}_i(i=1,2)$是卫星的位置速度向量,$\boldsymbol{p}_i(i=1,2)$表示卫星的动力学参数;$b$表示测量相关的系统差参数;$\varepsilon$表示测量噪声。

式(20)为非线性方程,在求解参数的参考状态处$\boldsymbol{X}^*=[\boldsymbol{X}_1^*\ \boldsymbol{p}_1^*\ \boldsymbol{X}_2^*\ \boldsymbol{p}_2^*]$作泰勒展开,可以表示为:

$$y_i = \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{x} + \varepsilon_i \tag{21}$$

式中,$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^*$;$y_i = Y_i - G(t_i, \boldsymbol{X}^*)$;$\boldsymbol{H}_i = \left.\dfrac{\partial G}{\partial \boldsymbol{X}}\right|_{X=X^*}$。

则总的观测方差可以表示为:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x} + \varepsilon \tag{22}$$

式中,$\boldsymbol{y}=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$;$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_1 \\ \boldsymbol{H}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{H}_n \end{bmatrix}$;$\varepsilon=\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$。

其线性无偏最小方差估计为:

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \left(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{y}\right) \tag{23}$$

式中,$\boldsymbol{R}^{-1}$为观测数据的权阵。

对应的协方差阵为:

$$\boldsymbol{P} = \left(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{H}\right)^{-1} \tag{24}$$

协方差阵$\boldsymbol{P}$反映了在一定的定轨条件下解算参数的不确定度。文献[19]首先将协方差分析理论应用于精密定轨技术研究,可分析求解参数的先验不确定性对参数解算精度的影响,通过协方差阵来评估轨道解算精度。

3.3 仅DOWM的定轨分析

仅利用DOWM数据完成定轨分析,评估不同建链组合对轨道计算的贡献。

1)DRO卫星与RO卫星联合定轨。利用DRO卫星与RO卫星之间的DOWM数据进行联合定轨,仿真与定轨条件同表1。表3给出了两种定轨条件下的定轨协方差统计(1σ)。DOWM系统差解算会导致协方差变大1个量级。当数据弧段小于3 d时,定轨迭代不收敛。星间链路对DRO卫星的贡献整体优于RO卫星,相同条件下RO卫星的位置方差较DRO卫星的方差大出数倍。若不考虑测量残余的系统误差,8 d弧段下DRO卫星的位置方差小于百米;若考虑系统差的解算,则需要10 d数据使得位置方差小于百米;但对于RO轨道,若要求位置方差小于百米,则分别需要10 d(不解算系统差)与13 d(解算系统差)的跟踪弧段。

2)LEO卫星与DRO卫星联合定轨。利用LEO卫星与DRO卫星的DOWM数据进行联合定轨,条件同表1。表4为不同弧段下的定轨协方差统计值。星间链路对LEO卫星轨道具有更强的约束,1 d以上的弧段LEO卫星即可实现优于百米的精度。DRO卫星位置方差比LEO卫星的位置方差大1个量级,需要5 d以上的弧段获取小于百米的位置方差。

3)LEO卫星与RO卫星联合定轨。利用LEO卫星与RO卫星的DOWM数据进行联合定轨,条件同表1。表5为不同弧段下的定轨协方差统计值。与DRO卫星类似,星间链路对LEO卫星轨道具有更强的约束,RO卫星位置方差比LEO卫星的位置方差大1个量级,1 d以上的弧段LEO卫星即可实现优于百米的精度,RO卫星则需要3 d以上的弧段获取小于百米的位置方差。

4)LEO卫星与DRO、RO卫星联合定轨。利用LEO卫星与RO卫星、DRO卫星组成的星间链路进行3星联合定轨,条件同表1。表6为定轨协方差统计值。

3星联合定轨条件下,星间链路对LEO卫星轨道的约束最强,1 d数据即可实现LEO卫星小于30 m的位置方差、DRO卫星与RO卫星小于500 m的位置方差;2 d数据即可实现LEO卫星小于5 m的位置方差、DRO卫星与RO卫星小于100 m的位置方差。

3.4 DOWM与LEO卫星自定位数据联合定轨

LEO卫星可携带星载应答机,其自定位数据为绝对测量量,可以对LEO而卫星轨道提供很好的约束条件,引入LEO卫星的自定位数据与

表 3　两种定轨条件下 DRO 与 RO 联合定轨轨道精度

Table 3　Joint Orbit Determination Accuracy for DRO and RO Under Two Conditions

弧长/d	条件(1)				条件(2)			
	DRO		RO		DRO		RO	
	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})
4	7 482.09	1.465	8 384.95	0.389	66 582.94	12.308	87 817.45	4.850
5	391.86	0.146	967.45	0.127	3 019.66	1.069	7 993.76	0.824
6	156.20	0.026	272.79	0.045	1 469.91	0.215	1 624.30	0.237
7	154.09	0.014	223.25	0.037	1 461.75	0.126	1 411.65	0.198
8	62.84	0.010	211.65	0.035	539.96	0.073	1 174.69	0.181
9	19.46	0.007	178.90	0.028	227.17	0.056	1 012.34	0.159
10	7.45	0.004	79.98	0.014	87.37	0.039	800.63	0.134
11	3.45	0.001	26.75	0.005	62.45	0.019	351.56	0.053
12	2.32	0.001	12.99	0.002	44.82	0.009	204.19	0.031
13	0.91	0.000	1.83	0.000	14.98	0.004	38.80	0.007
14	0.43	0.000	1.46	0.000	13.82	0.004	25.12	0.006

表 4　两种定轨条件下 LEO 与 DRO 联合定轨轨道精度

Table 4　Joint Orbit Determination Accuracy for LEO and DRO Under Two Conditions

弧长/d	条件(1)				条件(2)			
	DRO		LEO		DRO		LEO	
	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})
1	17 882.01	2.773	313.79	25.539				
2	640.83	0.153	14.27	1.384	5 851.79	1.050	110.97	12.914
3	96.47	0.018	1.93	0.194	1 114.74	0.573	41.80	4.640
4	41.57	0.008	0.91	0.103	271.58	0.196	12.95	1.457
5	32.18	0.005	0.68	0.078	199.29	0.136	8.40	0.967
6	21.32	0.003	0.52	0.058	64.06	0.036	2.73	0.306
7	13.23	0.001	0.39	0.042	35.96	0.014	1.69	0.179
8	10.26	0.001	0.34	0.035	31.51	0.008	1.38	0.145
9	5.44	0.001	0.20	0.020	27.21	0.007	1.19	0.125
10	1.95	0.000	0.11	0.010	19.91	0.006	0.90	0.094
11	0.92	0.000	0.08	0.007	14.07	0.005	0.62	0.065
12	0.56	0.000	0.07	0.006	11.53	0.004	0.47	0.049
13	0.47	0.000	0.07	0.005	9.76	0.003	0.40	0.042
14	0.43	0.000	0.07	0.005	8.46	0.003	0.36	0.036

DOWM 数据一同完成轨道计算。考虑到 LEO 卫星的引入可以很好地对各类参数进行解算,本节的分析直接采用条件 B。

表 7 为 LEO 分别与 DRO 卫星、RO 卫星联合定轨的结果。利用 1 d 弧段的数据,LEO 卫星与 DRO 卫星联合定轨,2 d 数据即可实现 DRO 卫星优于 50 m 的解算精度。LEO 卫星与 RO 卫星联合定轨,1 d 数据可以实现 RO 卫星近 50 m 的轨道精度,2 d 即可实现优于 10 m 的轨道精度。更长弧段数据的引入,其他力模型误差、测量的非常值系统性偏差将成为制约定轨精度的主要误差源。

表 8 为 3 星联合定轨结果,1 d 数据即可实现 3 星均优于 50 m 的轨道精度。

4　结　语

本文针对地月空间星间链路的应用进行了理论建模与应用分析,利用与 LEO 卫星的星间链路完成 DRO 卫星与 RO 轨道的轨道计算,星间链路因 LEO 卫星轨道周期变化引起的星间距离的周期性变化,对卫星天平面内的角位置确定提供了较好的约束,而 DRO 卫星与 RO 卫星建链,由于缺乏短周期变化,仅利用 DOWM 确定轨道则需要更长的观测弧段。根据 3 星两两建链场景的

表5 两种定轨条件下LEO与RO联合定轨轨道精度

Table 5 The Joint Orbit Determination Accuracy for LEO and RO Under Two Conditions

弧长/d	条件(1)				条件(2)			
	RO		LEO		RO		LEO	
	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})
1	3 142.65	1.739	189.28	18.842	0.00	0.000	0.00	0.000
2	966.55	1.198	128.77	13.116	1 712.50	1.368	148.74	15.017
3	110.69	0.150	16.17	1.644	524.61	0.361	39.73	3.916
4	14.10	0.010	1.07	0.106	193.11	0.035	4.81	0.269
5	9.64	0.009	0.93	0.095	111.86	0.024	3.03	0.148
6	8.00	0.008	0.87	0.088	110.81	0.023	2.97	0.137
7	6.75	0.007	0.79	0.080	107.25	0.021	2.78	0.117
8	5.81	0.006	0.64	0.065	102.20	0.019	2.58	0.096
9	4.73	0.003	0.39	0.038	93.63	0.017	2.26	0.062
10	3.91	0.002	0.23	0.020	86.99	0.014	2.07	0.042
11	3.24	0.001	0.17	0.014	84.08	0.014	1.98	0.037
12	2.80	0.001	0.16	0.014	82.35	0.013	1.94	0.036
13	2.65	0.001	0.15	0.013	76.29	0.012	1.79	0.035
14	2.58	0.001	0.14	0.013	73.78	0.012	1.73	0.034

表6 两种定轨条件下LEO与DRO、RO联合定轨轨道精度

Table 6 Joint Orbit Determination Accuracy for LEO, DRO and RO Under Two Conditions

弧长/d	条件(1)						条件(2)					
	DRO		RO		LEO		DRO		RO		LEO	
	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})
1	420.32	0.513	483.14	0.421	44.11	4.505	5 375.54	1.687	3 913.86	1.216	146.71	13.010
2	31.28	0.022	27.76	0.016	1.72	0.178	293.25	0.099	230.72	0.069	8.25	0.758
3	12.29	0.003	9.47	0.002	0.34	0.033	70.02	0.021	55.11	0.013	1.57	0.128
4	6.16	0.001	4.36	0.000	0.16	0.016	26.17	0.009	20.18	0.005	0.54	0.048
5	3.89	0.001	2.91	0.000	0.12	0.011	12.21	0.005	9.09	0.002	0.23	0.025
6	2.42	0.000	1.90	0.000	0.10	0.008	8.96	0.003	6.55	0.002	0.15	0.017
7	1.63	0.000	1.31	0.000	0.09	0.007	6.44	0.003	4.42	0.001	0.12	0.012
8	1.13	0.000	0.93	0.000	0.07	0.006	4.87	0.002	3.25	0.001	0.10	0.010
9	0.76	0.000	0.64	0.000	0.07	0.005	3.92	0.002	2.53	0.001	0.09	0.009
10	0.47	0.000	0.46	0.000	0.06	0.005	3.37	0.002	2.16	0.001	0.09	0.008
11	0.29	0.000	0.37	0.000	0.06	0.005	2.95	0.002	1.84	0.000	0.08	0.008
12	0.22	0.000	0.32	0.000	0.05	0.003	2.38	0.001	1.40	0.000	0.08	0.007
13	0.19	0.000	0.28	0.000	0.04	0.003	1.79	0.000	1.06	0.000	0.07	0.005
14	0.16	0.000	0.27	0.000	0.04	0.003	1.50	0.000	0.96	0.000	0.06	0.005

定轨结果,LEO卫星与RO卫星、DRO卫星建链时,LEO卫星轨道精度更高,RO与DRO轨道建链时,DRO卫星轨道精度更高,数值结果表现出DOWM对引力非对称更强的卫星轨道约束更强。

1)DOWM可支持DRO卫星、RO卫星与LEO卫星的轨道计算。单链路模式下,DRO卫星与RO卫星组合的轨道收敛性较差,需要10 d以上的弧段可以解算优于百米的轨道;与LEO卫星建链,轨道收敛所需的观测弧段大幅缩短,5 d以上弧段即可实现百米的解算精度。3星组网模式下,由于3条链路的交替观测,即使解算星间链路的系统误差,2 d以上的弧段也可实现百米的解算精度。因此,建议高精度定轨引入三星联合定轨模式。

表 7　LEO 分别与 DRO、RO 联合定轨轨道精度

Table 7　Joint Orbit Determination Accuracy for LEO with DRO and RO, Respectively

弧长/d	LEO+DRO 定轨				LEO+RO 定轨			
	DRO		LEO		RO		LEO	
	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})
1	338.17	0.139	0.21	0.019	54.82	0.024	0.22	0.019
2	31.92	0.018	0.14	0.013	6.54	0.007	0.15	0.014
3	14.17	0.009	0.12	0.010	4.00	0.002	0.12	0.010
4	10.28	0.007	0.10	0.009	3.34	0.002	0.10	0.009
5	8.26	0.005	0.09	0.008	2.77	0.002	0.09	0.008
6	5.53	0.003	0.08	0.007	2.49	0.001	0.08	0.007
7	4.66	0.002	0.07	0.007	2.28	0.001	0.07	0.006

表 8　LEO 与 DRO、RO 三星联合定轨轨道精度

Table 8　Joint Orbit Determination Accuracy for LEO, DRO and RO

弧长/d	LEO+DRO+RO 定轨					
	DRO		RO		LEO	
	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})	位置/m	速度/(cm·s^{-1})
1	38.58	0.023	18.23	0.012	0.21	0.019
2	12.82	0.009	5.64	0.005	0.14	0.012
3	7.57	0.005	3.53	0.002	0.11	0.010
4	5.85	0.004	3.00	0.002	0.09	0.008
5	3.57	0.002	2.55	0.001	0.08	0.007
6	3.22	0.002	2.27	0.001	0.07	0.006
7	2.96	0.002	2.01	0.001	0.06	0.006

2)LEO 卫星自定位数据的引入可以显著缩短定轨所需的观测弧长,1 d 以上的弧段即可实现百米的解算精度。

3)利用 DOWM 进行定轨计算,系统误差的解算会显著影响定轨结果的收敛性,差异超过 1 个量级。因此,建议在数据预处理阶段尽可能完成设备延迟、钟差、传播介质等引入的系统误差。

参　考　文　献

[1] 包为民, 汪小卫. 地月空间探索与开发的思考[J]. 宇航学报, 2022, 43(6): 705-712.
BAO Weimin, WANG Xiaowei. Some Thoughts About Cislunar Exploration and Exploitation [J]. *Journal of Astronautics*, 2022, 43(6): 705-712.

[2] 陈明, 唐歌实, 曹建峰, 等. 嫦娥一号绕月探测卫星精密定轨实现[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2011, 36(2): 212-217.
CHEN Ming, TANG Geshi, CAO Jianfeng, et al. Precision Orbit Determination of CE-1 Lunar Satellite[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(2): 212-217.

[3] 陈明,张宇, 曹建峰, 等. 嫦娥二号卫星轨道确定与测轨技术[J]. 科学通报, 2012, 57(9): 689-696.
CHEN Ming, ZHANG Yu, CAO Jianfeng, et al. Orbit Determination and Tracking Technology of CE-2 Satellite[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2012, 57(9): 689-696.

[4] 黄勇, 昌胜骐, 李培佳, 等. "嫦娥三号"月球探测器的轨道确定和月面定位[J]. 科学通报, 2014, 59(23): 2268-2277.
HUANG Yong, CHANG Shengqi, LI Peijia, et al. Orbit Determination of Chang'E 3 and Positioning of the Lander and the Rover[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2014, 59(23): 2268-2277.

[5] 张宇, 曹建峰, 段建锋, 等. 嫦娥三号探测器连续姿控的轨道动力学模型补偿及实现[J]. 宇航学报, 2015, 36(5): 489-495.
ZHANG Yu, CAO Jianfeng, DUAN Jianfeng, et al. Orbit Dynamics Model Compensation and Implementation for Continuous Attitude Control of Chang'E 3 Probe[J]. *Journal of Astronautics*, 2015, 36(5): 489-495.

[6] ANANDA M P, BERNSTEIN H, CUNNINGHAM K E, et al. Global Positioning System (GPS) Autonomous Navigation[C]//IEEE Symposium on Position Location and Navigation: A Decade of Excellence in the Navigation Sciences, Las Vegas, NV, USA, 1990.

[7] CODIK A. Autonomous Navigation of GPS Satellites: A Challenge for the Future[J]. *Navigation*, 1985, 32(3): 221-232.

[8] RAJAN J A. Highlights of GPS Ⅱ-R Autonomous Navigation[C]//The 58th Annual Meeting of the Institute of Navigation and CIGTF 21st Guidance Test Symposium, New York, USA, 2022.

[9] 毛悦, 宋小勇, 贾小林, 等. 星间链路观测数据归化方法研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2013, 38(10): 1201-1206.

MAO Yue, SONG Xiaoyong, JIA Xiaolin, et al. Naturalisation Method Research on Inter-satellite Link Observation Data[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2013, 38(10): 1201-1206.

[10] TANG C P, HU X G, ZHOU S S, et al. Initial Results of Centralized Autonomous Orbit Determination of the New-Generation BDS Satellites with Inter-Satellite Link Measurements[J]. *Journal of Geodesy*, 2018, 92(10): 1155-1169.

[11] 蔡洪亮, 孟轶男, 耿涛, 等. 北斗三号卫星星地星间联合精密定轨初步结果[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2020, 45(10): 1493-1500.
CAI Hongliang, MENG Yinan, GENG Tao, et al. Initial Results of Precise Orbit Determination Using Satellite-Ground and Inter-satellite Link Observations for BDS-3 Satellites[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2020, 45(10): 1493-1500.

[12] WANG W B, SHU L Z, LIU J K, et al. Joint Navigation Performance of Distant Retrograde Orbits and Cislunar Orbits via LiAISON Considering Dynamic and Clock Model Errors[J]. *Navigation*, 2019, 66(4): 781-802.

[13] 王文彬. 基于DRO: LEO编队的地月航天器自主导航与授时研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2020.
WANG Wenbin. Autonomous Navigation and Timing in Cislunar Space Enabled by DRO-LEO Formation [D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2020.

[14] PU J, LI S, ZHANG H, et al. Space-Based Orbit Determination for a Lunar Low-Energy Transfer Orbit [C]//The 28th International Symposium on Space Flight Dynamics, Beijing, China, 2022.

[15] LI S, PU J, GAO Y, et al. High-Fidelity Autonomous Navigation Based on DRO-LEO Inter-satellite Links[C]//The 28th International Symposium on Space Flight Dynamics, Beijing, China, 2022.

[16] KAPLAN G. The IAU Resolutions on Astronomical Reference Systems, Time Scales, and Earth Rotation Models: CIRCULAR No. 179[R]. Washington D C: United States Naval Observatory, 2005.

[17] MOYER T D. Formulation for Observed and Computed Values of Deep Space Network Data Types for Navigation[R]. California, USA: Jet Propulsion Laboratory, 2000.

[18] 曹建峰, 李勰, 鞠冰, 等. 太阳系多星精密定轨软件[J]. 深空探测学报, 2022, 9(5): 532-541.
CAO Jianfeng, LI Xie, JU Bing, et al. Multi-satellite Precision Orbit Determination and Data Analysis Software in Solar System[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2022, 9(5): 532-541.

[19] TAPLEY B D, SCHUTZ B E, BORN G H. Statistical Orbit Determination[M]. Amsterdam: Elsevier Academic Press, 2004.